امتحان تجريبي

العرائش 2006/2005

- يتكون هذا الموضوع من أسئلة مستقلة فيما بينها و ثلاث تمارين و مسألة.
- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة.

أسئلة : (ثلاث نقط)

1) احسب $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{x}-1$ في الحالتين التاليتين :

- $x \succ 1$. (0.5ن)
- $0 \prec x \prec 1$. (0.5ن)

2) أ- انشر باستعمال حدانية نيوتن العدد $(a+b)^4$. (0.5ن)

ب- استنتج إخطاط $Cos^4\theta$. (0.5ن)

ج- احسب التكامل التالي $\int_0^{\frac{\pi}{2}} Cos^4(\theta)\ d\theta$. (0.5ن)

3) باستعمال مكاملة بتغيير المتغير، احسب : $\int_0^1 \frac{dx}{e^x+e^{-x}}$. (ضع $t=e^x$) (0.5ن)

التمرين الأول :(3نقط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم ،نعتبر النقط التالية : $A(1,0,1)$ و $B(0,1,2)$ و $C(-1,1,2)$.

1) حدد معادلة للفلكة (S) التي مركزها A والمارة من B .(0.5ن)

2) حدد معادلة للمستوى (P) المماس للفلكة (S) في B .(0.5ن)

3) حدد H المسقط العمودي للنقطة C على (P) . (1.5ن).

4) بين أن $\overrightarrow{CH} \wedge \overrightarrow{AB} = \vec{0}$. (0.5ن)

التمرين الثاني :(نقطتان)

1) اكتب على الشكل الجبري العدد العقدي $(1+i)^2$. (0.25ن)

2) حل في C المعادلة : $z^2-2(3+2i)z+5+10i=0$. (0.75ن)

3) نعتبر في المستوى العقدي النقط $A(4+3i)$ و $B(2+i)$ و $C(3)$.

أ – بين أن ABC قائم الزاوية في B . (0.5ن)

ب- بين أن $BA=2BC$. (0.5ن).

التمرين الثالث :(نقطتان)

يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء وثلاث كرات سوداء لايمكن التمييز بينها باللمس.

نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس:

- إذا كانت بيضاء ، نسحب تآنيا كرتين من بين الكرات المتبقية .
- إذا كانت سوداء ، نسحب بالتتابع و بدون إحلال كرتين من بين الكرات المتبقية .

1) أ- احسب $Card(\Omega)$. (0.5ن)

ب- احسب احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون. (0.5ن)

2) إذا علمت أننا حصلنا على كرتين سوداوتين بالضبط ، ما هو الإحتمال أن تكون الكرة الأولى سوداء؟(1ن)

مسألة : (10ن)

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $\begin{cases} f(x)=x+1-e^{x+1} & , \ x\le -1 \\ f(x)=x+\ln\left(x^3-3x+3\right) & , \ x\ge 1 \end{cases}$.

(C) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

I

نضع $g(x)=x^3-3x+3$ لكل x من $[1,+\infty[$.

1) أ- ادرس تغيرات g على $[1,+\infty[$. (0.25ن)

ب- استنتج أن $g(x)\succ 0$ لكل x من $[1,+\infty[$.(0.25ن)

2) استنتج ما يلي :

أ- $D_f=\left]-\infty,-1\right]\cup\left[1,+\infty\right[$.(0.5)

ب- $f(x)\ge x$ لكل x من $[1,+\infty[$.(0.5ن)

ج- المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]1,+\infty[$ يتم تحديده.(0.5ن)

II

1) أ- بين أن $f_g'(-1)=0$ ثم فسر النتيجة مبيانيا. (0.5ن)

ب- بين أن $f_d'(1)=1$ ثم فسر النتيجة مبيانيا. (0.5ن)

2) بين أن f تزايدية قطعا على كل من المجالين $[1,+\infty[$ و $]-\infty,-1]$.(1ن)

3) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى بجوار $-\infty$. (0.5ن)

ب- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) مع (Δ) .(0.25ن)

4) أ- بين أن $f(x)=x+3\ln(x)+\ln\left(1-\frac{3}{x^2}+\frac{3}{x^3}\right)$ لكل x من $[1,+\infty[$.(0.25ن)

ب- ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى(C) بجوار $+\infty$.(1ن)

5) أنشئ المنحنى(C) .(1ن)

6) ليكن h قصور الدالة f على المجال$[1,+\infty[$.

أ- بين أن h تقابل من المجال $[1,+\infty[$ نحو مجال J يجب تحديده .(0.5ن)

ب- أنشئ في نفس المعلم منحنى الدالة h^{-1} .(0.5ن)

III

1) لتكن(U_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $U_0=1$ و $U_{n+1}=h^{-1}(U_n)$ لكل n من IN .

يمكنك فيما يلي استعمال نتائج دراسة الدالة f على $[1,+\infty[$.

2) بين بالترجع أن $U_n\ge 1$ لكل n من IN . (0.5ن)

3) بين أن(U_n) تناقصية.(1ن) (يمكنك استعمال السؤال **I** – 2 – ب)

4) استنتج أن (U_n) متقاربة و احسب نهايتها. (0.5ن)