

() :

يحتوي صندوق على كرتين بيضاوين و ثلاث كرات حمراء و خمس كرات سوداء .
نسحب عشوائيا من الصندوق ثلاث كرات بالتتابع مع إحلال .

احسب احتمال كل من الأحداث التالية :

A " الحصول على كرة بيضاء ثم كرة سوداء ثم كرة حمراء "

B " الحصول على كرة من كل لون "

C " عدم سحب كرة سوداء في المرة الأولى و سحب كرة حمراء في المرة الثانية "

D " سحب على الأقل كرة بيضاء . "

0,5 ن

1 ن

0,5 ن

1 ن

التمرين الثاني : (ثلاث نقط)

في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر النقط التالية:

$A(1; -1; 0)$ و $B(-1; 0; 1)$ و $C(0; 2; -1)$.

0,5 ن

0,5 ن

0,25 ن

0,25 ن

0,5 ن

1 ن

1 [أ - احسب $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$.

ب - استنتج أن النقط A و B و C تمثل مستوى (P) محددًا بمعادلة ديكارتية له .

2 [أ - تحقق أن النقطة $J(0; 1; 0)$ تنتمي إلى المستوى $-4x - 3y - 5z + 3 = 0$: (Q) .

ب - حدد الوضع النسبي للمستويين (P) و (Q) .

3 [أ - حدد معادلة للفلكة (S) التي أحد أقطارها القطعة $[BJ]$.

ب - بين أن المستوى (Q) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (C) محددًا مركزها و شعاعها .

التمرين الثالث : (ثلاث نقط)

0,25 ن

0,5 ن

0,25 ن

0,5 ن

0,5 ن

1 ن

1 [احسب : $(3+i)^2$.

2 [بين أن العددين العقديين $z_1 = 1 - i$ و $z_2 = -2 - 2i$ هما حلا المعادلة التالية في \square :

$$z^2 + (1+3i)z - 4 = 0$$

3 [أ - تحقق من أن العدد العقدي $z_0 = 2i$ حل للمعادلة التالية في \square :

$$(E): z^3 + (1+i)z^2 + (2-2i)z + 8i = 0$$

ب - حل في \square المعادلة (E) .

4 [نعتبر في المستوى العقدي النقط التالية : $A(z_0)$ و $B(z_1)$ و $C(z_2)$.

أ - حدد الشكل المثلثي للعدد العقدي $Z = \frac{z_2 - z_1}{z_0 - z_1}$.

ب - استنتج طبيعة المثلث ABC .

مسألة : (إحدى عشر نقطة)

الفقرة الأولى :

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بما يلي :

$$g(x) = 2 \ln \left(\frac{x+1}{x} \right) - \frac{1}{x+1}$$

0,5 ن

0,5 ن

0,5 ن

0,5 ن

1 [احسب : $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

2 [أ - بين أن : $g'(x) = -\frac{x+2}{x(x+1)^2}$ $\forall x > 0$

ب - ضع جدول تغيرات الدالة g

3 [استنتج أن : $g(x) > 0$ $\forall x > 0$

الفقرة الثانية :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي :

$$f(x) = \begin{cases} xe^{\frac{1}{x}} & ; x < 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ x^2 \ln \left(\frac{x+1}{x} \right) & ; x > 0 \end{cases}$$

وليكن (C_f) منحناها في المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1 [بين أن الدالة f متصلة في 0

2 [احسب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (ضع $t = \frac{1}{x}$) و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

3 [احسب : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ ؛ ثم أول النتيجة هندسيا

4 [أ - بين أن : $\begin{cases} x < 0 \Rightarrow f'(x) = \frac{x-1}{x} e^{\frac{1}{x}} \\ x > 0 \Rightarrow f'(x) = xg(x) \end{cases}$

ب - ضع جدول تغيرات الدالة f

5 [بين أن المستقيم $(\Delta): y = x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

6 [أنشئ المنحنى (C_f) . (نقبل أن المستقيم $(D): y = x - \frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$)

الفقرة الثالثة :

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 1}$ بحيث : $u_1 = -1$ و $u_{n+1} = u_n e^{\frac{1}{u_n}}$ $\forall n \geq 1$

0,5 ن

0,5 ن

0,5 ن

1 ن

1 [بين أن : $-1 \leq u_n < 0$ $\forall n \geq 1$

2 [بين أن المتتالية (u_n) تزايدية ؛ و استنتج انها متقاربة

3 [احسب $\lim u_n$ معللا جوابك