موسم : 04/05

# (الإمتحان التجريبي الموحد)

| الصفحة 1/2 | المادة : الرياضيات<br>المستوى : الثانية سلك البكالوريا<br>المدة : ثلاث ساعات | ثانوية تملالت<br>الشعبة : ع. تجريبية |
|---|---|---|

سلم التنقيط

## التمرين الأول (4.5)

المستوى العقدي (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $R=(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$، نضع $f(z)=\frac{\bar{z}+i}{z}$ حيث $z\in\mathbb{C}^*$.

1°- أ- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-iz-1=0$ $(E)$. ليكن $z_1$ و $z_2$ حلي المعادلة $(E)$ حيث $Re(z_1)<Re(z_2)$. — 1

ب- أكتب $z_1$ و $z_2$ على الشكل المثلثي. — 1

ج- بين أن $z_2$ جذر من الرتبة 5 للعدد العقدي $z_1$ — 0,5

2°- حل في $\mathbb{C}^*$ المعادلة $f\left(\frac{1}{z}\right)=z\bar{z}$ — 1

3°- حدد $(L)$ مجموعة النقط $M(z)$ بحيث $|f(z)|=1$ — 1

## التمرين الثاني (2.5 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقط $A(1,0,0)$ ، $B(0,1,1)$ ، $C(1,0,1)$ و $\omega\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

1°- أ- أوجد احداثيات المتجهة $\vec{n}=\vec{AB}\wedge\vec{AC}$ — 0,5

ب- حدد معادلة ديكارتية للمستوى $(ABC)$. — 0,25

ج- تحقق أن $\omega\in(ABC)$ — 0,25

2°- أعط تمثيلا بارامتريا للمستقيم $(\Delta)$ المار من $\omega$ و العمودي على $(ABC)$ — 0,25

3°- لتكن $(C)$ الدائرة المحيطة بالمثلث $ABC$

أ- بين أن $\omega$ هو مركز $(C)$ — 0,5

ب- حدد معادلة الفلكة $(S)$ التي تتقاطع مع $(ABC)$ وفق الدائرة $(C)$ ومركزها ينتمي للمستوى $(P)$ ذو المعادلة: $x+z=2$ — 0,75

## التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي كيس على ثلاث كرات حمراء و كرتين بيضاوتين وثلاث كرات خضراء. يسحب لاعب ثلاث كرات من الصندوق تآنيا. كل كرة حمراء مسحوبة تجعله يربح نقطة وكل كرة خضراء تجعله تخسر نقطة. أما الكرات البيضاء فلا ربح ولا خسارة في سحبها.

أحسب إحتمال كل من الأحداث التالية:

$A$ " اللاعب يربح ثلاث نقط " — 0,75

| | |
|---|---|
| B « اللاعب يربح نقطة واحدة » | 0,75 |
| C « اللاعب يخسر نقطتين » | 0,75 |
| D « اللاعب لا يربح ولا يخسر في السحبة » | 0,75 |

## المسألة (10 نقط)

### الجزء الأول :

لتكن الدالة العددية $f$ للمتغير الحقيقي $x$ المعرفة ب:

$$f(x) = -\frac{x}{2} - \ln(1-x),\ \forall x \in ]-\infty, 0]$$

$$f(x) = x - 1 + \frac{2}{e^x + 1},\ \forall x \in ]0, +\infty[$$

وليكن $(\mathcal{C}_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوى $(P)$ المنسوب الى معلم متعامد ممنظم $R = (O, \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$ . (نأخذ $\ln 3 \simeq 1,1$ ، $\ln 2 \simeq 0,7$ )

-1°

أ. حدد $D_f$ مجموعة تعريف $f$ . — 0,25

ب- أثبت أن $f$ متصلة في $0$ . — 0,5

ج- احسب نهايتي $f$ عند $+\infty$ و عند $-\infty$ . — 1

-2°

أ. أثبت أن $f$ قابلة للاشتقاق في $0$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة . — 1

ب- أثبت أن $f'(x) = \frac{e^{2x} + 1}{(e^x + 1)^2}$ لكل $x$ من المجال $]0, +\infty[$ — 0,25

ج- أحسب $f'(x)$ لكل $x$ من المجال $]-\infty, 0]$ . — 0,25

د- أعط جدول تغيرات $f$ . — 1

-3°

أ. ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ — 1

ب- أثبت أن : $\exists! c \in [-3, -2] \ / \ f(c) = 0$ . — 0,5

ج- انشئ $(\mathcal{C}_f)$ وابث مبيانيا أن $0$ هو الحل الوحيد للمعادلة $x \in \mathbb{R}$ ، $f(x) = x$ — 1,25

-4° أثبت أن الدالة — 0,5

$F : x \longrightarrow \frac{1}{2}x^2 + x - 2\ln(e^x + 1)$ هي الدالة الأصلية

ل $f$ على $\mathbb{R}^+$ والتي تحقق $F(0) = -2\ln 2$ .

### الجزء الثاني

لتكن المتتالية $(u_n)$ بحيث:

$$\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = -\frac{u_n}{2} - \ln(1 - u_n),\ \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

-1° بين بالترجع أن:

أ- $-1 \leq u_n \leq 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$ — 0,75

ب- $u_n < u_{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$ — 0,75

-2° استنتج أن $(u_n)$ متقاربة و حدد نهايتها ( يمكن استعمال السؤال 3 (ج)) — 1