

التمرين الأول: (2.5 نقطة)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم ومباشر $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

لتكن (S) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ بحيث : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2z + 1 = 0$

نعتبر النقط : $A(-2, 0, 0)$ و $B(3, 2, -4)$ و $C(1, 2, -2)$.

(1) بين أن (S) فلكة مركزها $\Omega(2, 0, -1)$ وشعاعها $r = 2$.

(2) أ- حدد إحداثيات المتجهة $\overline{AB \wedge AC}$.

ب- أكتب معادلة للمستوى (P) المحدد بالنقط A و B و C .

ج- حدد تمثيلا برامترا للمستقيم (D) المار من النقطة Ω والمتعامد مع المستوى (P) .

(3) بين أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) ثم حدد إحداثيات نقطة التماس.

التمرين الثاني: (3.5 نقطة)

نعتبر في المجموعة \mathbb{C} المعادلة : $(E) : z^2 - (3+4i)z - 1 + 5i = 0$

ليكن a و b حلي المعادلة (E) بحيث $\Re(a) < \Re(b)$.

(1) أ- حدد الجذرين المربعين للعدد العقدي $-3+4i$.

ب- حدد على الشكل الجبري العددين العقديين a و b .

(2) تحقق من أن $b - i = 2a$ ثم استنتج الشكل الجبري للعدد العقدي $(b - i)^6$.

(3) المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم ومباشر $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقط A و B و C و D

التي ألقاها على التوالي هي a و b و $c = -1 + 2i$ و $d = 4i$.

أ- حدد الشكل المثلثي للعدد العقدي $\frac{c-a}{b-a}$.

ب- استنتج أن ABC مثلث قائم الزاوية ومتساوي الساقين.

ج- بين أن الرباعي $ABDC$ مربع.

التمرين الثالث: (2.5 نقطة)

(1) أ- تحقق من أن : $\forall x \in \mathbb{R} - \{-1, -2\} \quad \frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}$

ت- استنتج أن : $\int_0^1 \frac{dx}{(x+1)(x+2)} = \ln\left(\frac{4}{3}\right)$

(2) أحسب مستعملا مكاملة بالأجزاء : $\int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{(x+2)^2} dx$

(3) بين أن : $\int_{-1}^0 \frac{dx}{9x^2 + 6x + 2} = \frac{\pi}{12}$ (يمكن وضع $t = 3x + 1$).

التمرين الرابع: (2.5 نقطة)

يحتوي صندوق A على 3 كرات حمراء و على كرتين صفراوين و يحتوي صندوق B على 4 كرات صفراء و كرتين حمراوين ، جميعها متشابهة . نختار عشوائيا احد الصندوقين و نسحب منه تانيا 3 كرات .

نعتبر الأحداث التالية : A (يتم اختيار الصندوق A)

B (يتم اختيار الصندوق B)

C (الكرات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون)

1. احسب $p(A)$ و $p(B)$.

2. احسب $p(C/A)$ و $p(C/B)$.

3. احسب $p(C)$.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الألوان التي نحصل عليها .

- (أ) حدد قانون احتمال X .
(ب) احسب الأمل الرياضي ل X .

0.75
0.25

مسألة (11.5 نقطة)

نعبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} ب :
و (C) المنحنى الممثل لها في م.م.م $(O; \vec{i}, \vec{j})$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{4}{x} e^{\frac{1}{x}} & x < 0 \\ f(x) = 2\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x^2} & x \geq 0 \end{cases}$$

1. بين أن f متصلة في 0. 0.75
2. احسب النهايتين : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. 0.75
3. ادرس الفرع اللانهائي ل (C) بجوار $(-\infty)$. 0.25
4. ادرس الفرع الأنهائي ل (C) بجوار $(+\infty)$. 0.75
5. ادرس قابلية اشتقاق f على اليمين في 0 و أعط التأويل المبياني للنتيجة . 0.75
6. بين أن f تقبل الاشتقاق على اليسار في 0 وأن $f'_g(0) = 0$. 0.75
7. (أ) بين أن : $f'(x) = \frac{-4(x+1)}{x^3} e^{\frac{1}{x}}$ لكل $x < 0$. 0.5
- (ب) بين أن : $f'(x) = \frac{2(1 - \sqrt[3]{x})}{3\sqrt[3]{x^2}}$ لكل $x > 0$. 0.5
8. أدرس إشارة $f'(x)$ و ضع جدول تغيرات f . 0.75
9. (أ) بين أن لكل $x \geq 0$: $f(x) - x = \sqrt[3]{x}(1 - \sqrt[3]{x})(\sqrt[3]{x} + 2)$. 0.25
- (ب) أستنتج نقط تقاطع (C) مع المنصف الأول للمعلم . 0.5
10. حدد معادلة الماس ل (C) عند النقطة ذات الافصول 8. 1.5
11. أنشئ (C) . 0.75
12. لتكن g قصور f على المجال $I = [1; +\infty[$. 0.5
- (أ) بين أن g تقابل من I نحو مجال J يجب تحديده . 0.25
- (ب) أحسب : $(g^{-1})'(0)$. 0.5
- (ج) احسب : $g^{-1}(x)$ لكل x من J .
13. لتكن $(U_n)_{n \geq 0}$ المتتالية المعرفة ب :
$$\begin{cases} U_0 = 0.25 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases} \quad n \geq 0$$
 0.5
- (أ) بين أن : $\forall n \geq 0 : 0 < U_n < 1$. 0.75
- (ب) بين أن (U_n) تزايدية . 0.5
- (ج) استنتج أن (U_n) متقاربة و احسب نهايتها .