

|         |             |   |
|---------|-------------|---|
| 1/2     | الصفحة      | الامتحان التجريبي لنيل شهادة البكالوريا   |
| 3 ساعات | مدة الإنجاز |   |
| 7       | المعامل     | المادة: الرياضيات<br>الشعبة: علوم تجريبية |

يسمح باستعمال حاسبة غير قابلة للبرمجة

### التمرين 1 :

الجزء الأول : (5ن)

نعتبر الدالة العددية  $f$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة بما يلي :  $f(x) = e \ln(x) - x$

$(C_f)$  المنحنى الممثل لها في المستوى منسوب لمعلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1- حدد مجموعة تعريف الدالة العددية  $f$

0.25

2-أ- احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ثم اول هندسيا النتيجة

0.5

2-ب- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم تحقق من ان  $(C_f)$  يقبل المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = -x$  كاتجاه مقارب

بجوار  $+\infty$

0.75

3-أ- حدد الدالة المشتقة  $f'$  ثم ادرس اشارة  $f'(x)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}_+^*$

0.75

3-ب- احسب  $f(e)$

0.25

3-ج- استنتج جدول تغيرات الدالة  $f$

0.5

3-د- استنتج ان  $f(x) < 0$  لكل  $x$  من  $]0, e[ \cup ]e, +\infty[$

0.5

4-أ- حدد نقطة تقاطع المستقيم  $(\Delta)$  و المنحنى  $(C_f)$  و ادرس وضعهما النسبي

0.5

4-ب- أنشئ  $(C_f)$

1

الجزء الثاني : (2ن)

نعتبر المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = e^2$  و  $u_{n+1} = e \ln(u_n)$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

1- اثبت ان المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  مصغرة بالعدد  $e$

0.75

2- اثبت ان المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  تناقصية (يمكنك استعمال 3-د - الجزء الاول)

0.5

3- استنتج ان المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متقاربة ثم حدد نهايتها

0.75

### الجزء الثالث : (4.75)

نعتبر الدالة العددية  $F$  للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $\mathbb{R}_+$  بما يلي :

$$F(x) = e(x - x \ln(x)) + \frac{x^2}{2}, \quad x > 0$$

$$F(0) = 0$$

$(C_F)$  المنحنى الممثل لها في المستوى منسوب لنفس المعلم المتعامد الممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1-أ- بين ان  $F$  متصلة على اليمين في 0

0.5

2-ب- بين ان  $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x)}{x} = +\infty$  ثم استنتج دراسة الفرع اللانهائي للمنحنى  $(C_F)$

0.75

2-أ- ادرس قابلية اشتقاق  $F$  على اليمين في 0 ثم اول النتيجة المحصل عليها هندسيا

0.5

3- اثبت انه لكل  $x$  من  $\mathbb{R}_+^*$  :  $F'(x) = -f(x)$  ثم استنتج جدول تغيرات الدالة  $F$

0.75

أ- احسب  $F''(x)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}_+^*$  ثم استنتج ان النقطة  $A\left(e, \frac{e^2}{2}\right)$  نقطة انعطاف للمنحنى  $(C_F)$

0.75

- 4-ب- اعط معادلة مماس المنحنى  $(C_F)$  عند النقطة A 0.25
- 5- انشئ المنحنى  $(C_F)$  0.75
- 6- حدد دالة G اصلية للدالة f معرفة على المجال  $[1, e]$  ثم احسب  $G(e) - G(1)$  0.5

**التمرين 2: (2.5 ن)**

- يحتوي كيس على 8 كرات مرقمة من 1 الى 8 ، لا يمكن التمييز بينهم باللمس  
نسحب عشوائيا في آن واحد 4 كرات  
1- ، كم هو عدد السحبات الممكنة؟ 0.5
- 2- ليكن k عدد صحيح طبيعي بحيث  $4 \leq k \leq 8$  .  
نريد سحب 4 كرات في آن واحد بحيث تكون الكرة رقم k هي التي لها اكبر رقم عند كل  
سحبة . كم هو عدد هذه السحبات الممكنة؟ 0.5
- 3- استنتج ان  $\sum_{k=4}^8 C_{k-1}^3 = C_8^4$  0.5
- 4- نسحب ثلاث كرات من الكيس في آن واحد  
أ- ماهو احتمال سحب كرة واحدة تحمل رقم فردي ؟ 0.5
- ب- ماهو احتمال سحب كرتين تحملان رقمين زوجيين على الأقل ؟ 0.5

**التمرين 3: (2.75 ن)**

- في الفضاء منسوب لمعلم متعامد منظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط  $C, B, A$  بحيث  
 $\vec{OA} = \vec{i}; \vec{OB} = 2\vec{j}; \vec{OC} = 2\vec{k}$   
1- أ- بين ان المتجهة  $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$  0.25
- 1- ب- استنتج ان النقط  $C, B, A$  غير مستقيمة ثم احسب مساحة المثلث CBA 0.75
- 1- ج- حدد معادلة ديكارتية للمستوى (CBA) 0.5
- 2- بين ان المستوى (CBA) مماس للكرة التي مركزها O وشعاعها  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  0.5
- 3- نعتبر المستقيم (D) المعرف بالتمثيل البارامترى  $\begin{cases} x = 2t \\ y = 2t \\ z = t - 1 \end{cases}; t \in \mathbb{R}$  0.75

بين ان المستقيم (D) مماس للكرة التي أحد أقطارها  $[O, B]$  وحدد نقطة تقاطعهما

**التمرين 4: (3 ن)**

- المستوى العقدي منسوب لمعلم متعامد ممظم  $(O, \vec{e}_1; \vec{e}_2)$   
نعتبر العدديين العقديين :  $a = \frac{-1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}; b = \frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2}$  لحقي النقطتين  $A, B$  على التوالي  
1- اثبت ان  $B; A$  تنتميان للدائرة التي مركزها O وشعاعها 1 0.25
- 2- أ- تحقق من ان  $a^2 = -1 - a = \bar{a}$  و  $a^3 = 1$  ( $\bar{a}$  مرافق العدد a) 0.25
- ب- اكتب على الشكل المثلي الأعداد  $b$  ;  $ab$  ;  $a^2b$  0.5
- 3- لتكن C ; D صورتا العدديين  $ab$  ;  $a^2b$  على التوالي  
أ- حدد قياس كل من الزاويتين  $(\vec{DB}, \vec{DC})$  ;  $(\vec{BC}, \vec{BD})$  0.5
- ب- استنتج ان المثلث DCB متساوي الأضلاع 0.5
- 4- أ- حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $z^2 + bz + b^2 = 0$  0.5
- ب- استنتج حلول المعادلة  $z^3 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 = 0$  (E) في  $\mathbb{C}$  0.5