

$f(x) = x - 2\sqrt{x}$: بما يلي: $I = [1, +\infty[$ المعرفة على f

(1) بين ان f دالة تقابلية من I نحو مجال J يتم تحديده

(2) حدد $f^{-1}(0)$

(3) احسب لكل $x \in J$ $f^{-1}(x)$

التمرين الثاني:

لتكن المتتالية المعرفة ب: $u_0 = 0, u_{n+1} = \frac{1}{2 - u_n}$ لكل عدد طبيعي n

(1) احسب الاعداد u_1, u_2, u_3 واكتبها على شكل كسور مختزلة

(2) قارن تباعا الحدود الاربعة الاولى للمتتالية (u_n) مع الحدود الاربعة الاولى للمتتالية (w_n) المعرفة على \mathbb{N} ب: $w_n = \frac{n}{n+1}$

(3) باستعمال استدلال بالترجع اثبت ان: $\forall n \in \mathbb{N}, w_n = u_n$

التمرين الثالث:

نعبر المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي: $u_0 = 1, u_{n+1} = u_n + 2n + 3$

(1) ادرس رتبة المتتالية (u_n)

(2) برهن ان: $\forall n \in \mathbb{N}, u_n > n^2$ ما هي نهاية المتتالية (u_n) ؟

(3) احسب المجموع: $s = 3 + 5 + 7 + \dots + (2n + 3)$ ثم احسب u_n بدلالة n

التمرين الرابع:

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[0, 2]$ ب: $f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$

(1) ادرس تغيرات الدالة f على $[0, 2]$ ثم بين ان $f([0, 2]) \subset [0, 2]$

(2) (u_n) و (v_n) متتاليتين عدديتين معرفتين على \mathbb{N} ب: $u_0 = 1, u_{n+1} = f(u_n)$ و $v_0 = 2, v_{n+1} = f(v_n)$

بين ان لكل $n \in \mathbb{N}$: $1 \leq v_n \leq 2$ و $v_{n+1} \leq v_n$

بين ان لكل $n \in \mathbb{N}$: $1 \leq u_n \leq 2$ و $u_n \leq u_{n+1}$

(3) اثبت ان لكل $n \in \mathbb{N}$: $v_{n+1} - u_{n+1} = \frac{v_n - u_n}{(v_n + 1)(u_n + 1)}$

واستنتج ان لكل $n \in \mathbb{N}$: $v_n - u_n \geq 0$ و $v_{n+1} - u_{n+1} \leq \frac{1}{4}(v_n - u_n)$

(4) استنتج ان: $v_n - u_n \leq \left(\frac{1}{4}\right)^n$ لكل $n \in \mathbb{N}$

بين ان المتتاليتين (u_n) و (v_n) متقاربتين ولهما نفس النهاية α ثم حدد α

التمرين الخامس:

(u_n) و (v_n) متتاليتين معرفتين ب: $u_0 = 3, u_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}$ و $v_0 = 3, v_{n+1} = \frac{u_{n+1} + v_n}{2}$

(1) احسب u_1, v_1, u_2, v_2

(2) نضع $w_n = v_n - u_n$ بين ان المتتالية (w_n) هندسية اساسها $\frac{1}{4}$ ثم احسب (w_n) بدلالة n ثم استنتج ان: $v_n \geq u_n$ ثم حدد $\lim_{n \rightarrow \infty} w_n$

(3) بين ان (u_n) تزايدية وان (v_n) تناقصية ثم استنتج ان المتتاليتين متقاربتين ولهما نفس النهاية

نضع $t_n = \frac{u_n + 2v_n}{3}$ بين ان المتتالية (t_n) ثابتة واستنتج نهاية (u_n) و (v_n) اعداد: بوغابي خليل