

(1) بين أن : $u_n > 3$: $(\forall n \in \mathbb{N})$. 1.5

(2) أدرس رتبة المتتالية (u_n) . 1.5

(3) بين أن : $u_{n+1} - 3 > \frac{3}{2}(u_n - 3)$: $(\forall n \in \mathbb{N})$. 1.5

(4) استنتج أن $u_n \geq (\frac{3}{2})^n + 3$: $(\forall n \in \mathbb{N})$. 1.5

(5) هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟ 05

التمرين الأول (3 نقط)

أحسب النهايتين التالية :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{-3x^3 - 1} + x \sqrt[3]{3}) \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{-x^3 + 2x^2 - x} - \sqrt{2x^2 + 1}) \quad (1) \quad 1,5$$

التمرين الثاني (10 نقط ونصف)

نعتبر الدالة f المعرفة على $I = [\frac{1}{2}, 1]$ بما يلي : $f(x) = \frac{x^2}{2x^2 - 2x + 1}$

(a) بين أن $(\forall x \in I) : f(x) = \frac{1}{(\frac{1}{x} - 1)^2 + 1}$ 1

(b) بين أن $(\forall x \in I) : \frac{1}{x} - 1 \geq 0$ 0.5

(2) بين أن f تزايدية قطعا على I . 1.5

(3) (a) بين أن f تقابل من I نحو مجال J يجب تحديده . 1.5

(b) حدد $f^{-1}(x)$ لكل x من J . 1.5

(4) حل في I المعادلة $f(x) = \frac{4}{5}$. 0.5

(5) نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_0 = \frac{3}{4} \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

(a) بين أن : $\frac{1}{2} < u_n < 1$: $(\forall n \in \mathbb{N})$. 1

(b) بين أن المتتالية (u_n) تزايدية . 1.5

(c) استنتج أن (u_n) متقاربة واحسب $\lim u_n$. 1.5

التمرين الثالث (6 نقط و نصف)

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n^2 - 3}{u_n + 2} \end{cases}$