

تمرين 1 (12ن)

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x, & x \leq 0 \\ f(x) = \sqrt[3]{x^3 + x} + 1, & x > 0 \end{cases}$$

1- حدد D_f

2- ادرس اتصال f في $x_0 = 0$

3- ادرس قابلية اشتقاق f على اليمين و على اليسار $x_0 = 0$. اعط تاويلا هندسيا

4- احسب النهايات عند محداث D_f

5- ادرس الفروع اللانهائية ل C_f

6- احسب $f'(x)$ لكل $x \in \mathbb{R}^*$ ثم ضع جدول تغترات f

7- أ- بين ان $f''(x) = \frac{6x^2 - 2}{9(x^3 + x)^{5/3}}$ لكل $x > 0$ ثم استنتج نقطة انعطاف ل (C_f)

8- في م م م (o, \vec{i}, \vec{j}) انشئ (C_f)

9- ليكن g قصور f على $I =]-\infty, 0]$

ج- بين أن g تقابل من I نحو J

ح- احسب $g^{-1}(x)$ لكل $x \in J$

خ- انشئ $(C_{g^{-1}})$

د- احسب $(g^{-1})'(1/2)$

تمرين 2 (5ن)

نعتبر التطبيق f المعرفة من $\mathbb{C} - \{-i\}$ نحو \mathbb{C} بما يلي: $f(z) = \frac{z-2i}{z+i}$

1- حل في \mathbb{C} المعادلة: $f(z) = -\frac{4i}{z}$ و ليكن z_1 و z_2 حلي المعادلة (E)

2- اكتب z_1 و z_2 على الشكل المثلثي ثم بين أن: $\left(\frac{z_1}{2}\right)^{2007} + \left(\frac{z_2}{2}\right)^{2007} = 0$

3- المستوى العقدي P منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (o, \vec{u}, \vec{v})

أ- حدد مجموعة النقط M التي لحقها z يحقق: $\text{Re}(f(z)) = 0$

ب- نعتبر النقط $A(\sqrt{3}-i)$ $B(-\sqrt{3}-i)$ $C(i\alpha)$ حيث α عدد حقيقي موجب

حدد قيمة العدد α بحيث يكون ABC مثلثا متساوي الأضلاع.

تمرين 3 (3ن)

1- حل في \mathbb{C} المعادلة: $z^3 - 1 = 0$

2- بين أن العدد $z_0 = 3 - 2i$ هو حل للمعادلة:

$$(E) z^3 + 46i + 9 = 0$$

3- استنتج الحلين الآخرين للمعادلة (E) في \mathbb{C}