

-----التمرين الأول:-----

في المستوى العقدي المنسوب إلى المعلم $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$ نعتبر النقط $J(i)$ و $A\left(\frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)$ و $B\left(\frac{-\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)$

1. مثل النقط J و A و B .

2. حدد معيار وعمدة الخارج $\frac{z_B - z_A}{z_J - z_A}$.

3. استنتج قياسا للزاوية الموجهة $(\widehat{AJ; AB})$ ثم طبيعة المثلث ABJ .

-----التمرين الثاني:-----

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي : $u_0 = 1$ و $3u_{n+1} = 2u_n + n + 3$ ($\forall n \in \mathbb{N}$).

لتكن المتتالية العددية بحيث: $v_n = u_n - n$ ($\forall n \in \mathbb{N}$).

1. أ - بين أن (v_n) هندسية محددًا أساسها وحدها الأول.

ب - استنتج أن $u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n + n$ ($\forall n \in \mathbb{N}$). ثم احسب نهاية $\lim u_n$.

$$S = 1 + 2 + 3 + 4 \dots + 98 + 99$$

2. أ - احسب الجمعين :

$$S' = 1 + \left(\frac{2}{3}\right)^1 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{2}{3}\right)^{98} + \left(\frac{2}{3}\right)^{99}$$

$$u_0 + u_1 + \dots + u_{98} + u_{99} = 4953 - 3\left(\frac{2}{3}\right)^{100}$$

ب - استنتج أن :

-----التمرين الثالث:-----

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 20 \\ u_1 = 6 \\ u_{n+1} = -\frac{1}{20}u_n + \frac{1}{20}u_{n-1} \quad ; n \geq 1 \end{cases}$$

1. احسب u_2 و u_3 .

نعتبر المتتاليتين العدديتين $(v_n)_{n \geq 0}$ و $(w_n)_{n \geq 0}$ المعرفتين بما يلي :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_{n+1} + \frac{1}{4}u_n$$

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad w_n = u_{n+1} - \frac{1}{5}u_n \quad \text{و}$$

2. احسب v_0 و v_1 و w_0 و w_1 .

3. بين أن كلا من المتتاليتين $(v_n)_{n \geq 0}$ و $(w_n)_{n \geq 0}$ هندسية وحدد أساسها.

4. احسب كلا من v_n و w_n بدلالة n . واستنتج u_n بدلالة n .

5. احسب $\lim u_n$.